

Летняя многопрофильная школа при МЦНМО

Вступительные задания

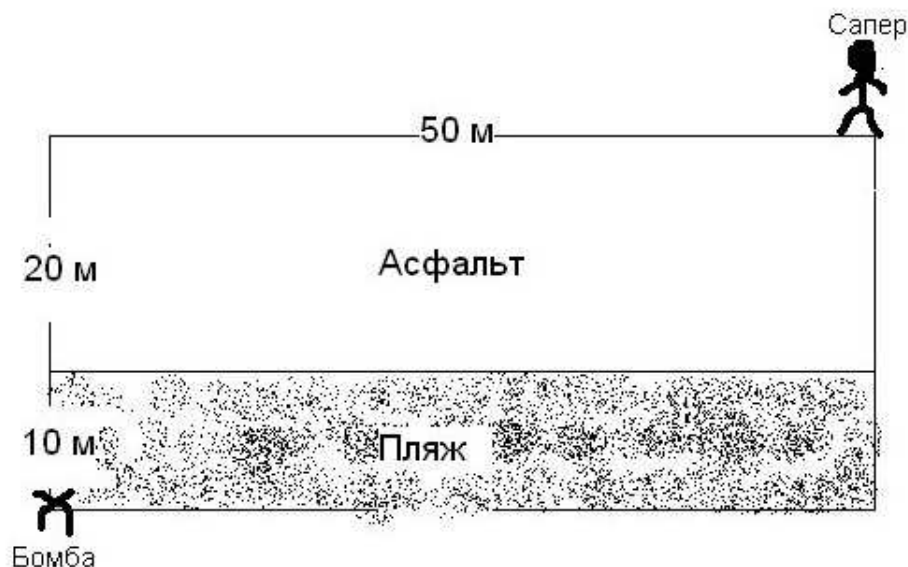
2008 год

Математика

1. Один зондер ставит палатку за 4 часа. Один вожатый — за 3 часа. Сколько времени потребуется зондеру и вожатому на то, чтобы установить 3 палатки?
2. Решите уравнение: $(x^2 + 1) + 2\sqrt{x^2 + 1} = 5$.
3. Вычислите (упростите): $\sqrt{6 + 2\sqrt{5}} - \sqrt{5}$.
4. Дан прямоугольный треугольник, из его прямого угла опустили перпендикуляр (длины 4) на гипотенузу, который разбил он на 2 отрезка. Длина одного из этих отрезков составила 4. Найдите длину второго.
5. Подряд без пробелов выписали все четные числа от 12 до 34. Получилось число 121416182022242628303234. Делится ли оно на 24?
6. На плоскости расположено 11 шестерёнок, соединённых по цепочке (первая со второй, вторая с третьей, ... одиннадцатая с первой). Могут ли все шестерёнки вращаться одновременно?
7. Через клетчатый квадрат 1000×1000 проведены по линиям сетки несколько прямых. Образовавшиеся при этом прямоугольные части раскрашены в шахматном порядке в чёрный и белый цвета. Докажите, что количество чёрных клеточек чётно.
8. Плоскость раскрашена в 3 цвета. Доказать, что на плоскости найдётся отрезок единичной длины, концы которого имеют одинаковый цвет.

Физика

1. Почему кровяное давление измеряют на руке примерно на уровне сердца? Нельзя ли измерять давление на ноге?
2. Пусть мы имеем два сообщающихся сосуда, трубка между ними закрыта краном. В один стакан до некоторого уровня налита жидкость, другой пуст. Жидкость движется без трения. Потерями энергии можно пренебречь. Опишите поведение системы после того, как кран откроют. Какой уровень жидкости в стаканах установится (и установится ли вообще?)
3. Пауки *Stegodyphus Pacificus*, обитающие в Южной Азии, плетут самую тонкую в мире паутину. Ее диаметр равен 10 нм. Оцените длину паутины, которую мог бы сделать такой паук массой 0,2 г. Масса вещества, из которого образуется паутина, составляет 10 процентов массы паука. Плотность паука и паутины считайте примерно равным 1000 кг/м^3 .
4. Трое одинаковых по росту людей несут плоский правильный треугольник, причем двое держатся за вершины треугольника, а третий — за середину боковой стороны. Определите, какой минимальный груз и куда (на стороне треугольника) надо довесить, чтобы давление было распространено равномерно, если площадьная плотность треугольника ρ_0 .
5. Сапер хочет обезвредить часовую бомбу, которая лежит на пляже (см. рис.). Проблема в том, что по пляжу он может двигаться со скоростью 3 км/ч, а по асфальту — 6 км/ч. Нарисуйте путь, по которому он быстрее всего доберется до бомбы. Почему он именно такой? Не напоминает ли вам поведение сапера поведение какой-либо известной вам физической сущности? Если да, то назовите и рассчитайте коэффициент, который относился бы к этой сущности для приведенного рисунка.



Химия

1. Напишите, сколько протонов и электронов содержат следующие молекулы: NH_3 , H_2O , CH_4 .
2. При разборке шкафа с реактивами юный химик обнаружил склянки со следующими веществами: медный купорос, сода каустическая, сода питьевая, сода кальцинированная, плавиковая кислота, соляная кислота, «марганцовка», гашеная известь, негашеная известь, мрамор, глауберова соль, бертолетова соль, нашатырь, пергидроль. Помогите юному химику разобраться и понять, что за вещества скрываются за этими таинственными названиями.
3. Сколько граммов чистого NaCl и его 6%-ного раствора (по массе) нужно взять для получения 100 мл раствора с концентрацией NaCl 2,5 моль/л?
4. Есть реакция $\text{A} + \text{B} = \text{V}$. Известно, что А и В — простые газообразные вещества. Предложите как можно больше таких реакций.
5. При растворении металлического натрия в воде выделившегося газа хватило для полного восстановления 8,0 г оксида меди (II). Определите массу растворенного натрия, а также напишите уравнения упомянутых реакций.
6. Изучая свойства фосфора и его соединений, юный химик сжег навеску красного фосфора в заполненной кислородом колбе так, что после завершения реакции в сосуде не осталось ни кислорода, ни фосфора. Затем он заполнил колбу водой. Помогите юному химику определить молярную концентрацию H_3PO_4 в полученном растворе.

Биология

1. На участке садовода был невозделанный участок, где произрастали злаки, луговые цветы и несколько кустарников. Решив устроить на этом участке весной цветник, садовод еще осенью выкорчевал кустарник и тяпкой срезал всю наземную часть травянистых растений. Но после схода снега он обнаружил, что сорные растения не только не погибли, но даже размножились, заняв еще большую территорию. Почему это произошло? Какие приспособления помогли растениям? Как должен был действовать садовод?
2. Какова роль жира в организме животного? А как используются жиры у растений?
3. Как Вы думаете, плоды какого типа более выгодны для растения — с сухим околоплодником или с сочным? Сравните эти два типа плодов, отметив достоинства и недостатки. Перечислите, какие вообще виды плодов покрытосеменных растений вам известны.
4. Какими способами животные защищаются от хищников?
5. Как вы думаете, почему происходят массовые миграции животных? Приведите максимальное число версий и поясните их.
6. В секретной лаборатории ведется работа по выведению мифических животных: дракона, пегаса, кентавра, феникса, единорога, грифона, василиска, медузы горгоны. Как называются такие животные? Какие проблемы возникнут при их выведении и размножении? Смогут ли такие животные существовать где-либо в дикой природе, или им необходимы особые условия (если да, то какие)?