

## Летняя многопрофильная школа при МЦНМО

### Задания вступительных испытаний. 10 класс

Дорогие поступающие! Перед выполнением работы, пожалуйста, прочтите эти правила и рекомендации:

- Вы можете выполнять любые задания из любых предметов. Это не влияет на темы курсов, которые вы будете слушать на смене.
- Мы рекомендуем вам сделать упор на один предмет. Лучше решить один, но хорошо, чем много, но плохо.
- Задания каждого предмета выполняются **на отдельных листах**. Листы с разными предметами отдаются разным проверяющим. Если вы напишете несколько предметов на одном листе, то проверят только один из них.
- На каждом листе сверху напишите предмет, класс и свой шифр. Нигде в работе не указывайте свою фамилию или другие данные о себе.

### Математика

1. Найти все решения системы уравнений:

$$\begin{cases} (x + y)^3 = z; \\ (y + z)^3 = x; \\ (z + x)^3 = y. \end{cases}$$

2. Найти все пары целых чисел  $x$  и  $y$ , для которых верны неравенства:

$$3y - 2x < 45, x + y > 24, 3x - y < 3.$$

3. Решите уравнение:

$$\sqrt{17 - 7 \sin 2x} = 3 \cos x - 5 \sin x.$$

4. Сколько существует строк длины 16, состоящих из крестиков и ноликов, таких, что никакие два нолика не стоят рядом?

5. Окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ . Точки  $K_1$  и  $K_2$  на  $\omega_1$  и  $\omega_2$  соответственно таковы, что  $K_1A$  касается  $\omega_2$ , а  $K_2A$  касается  $\omega_1$ . Описанная окружность треугольника  $K_1BK_2$  пересекает вторично прямые  $AK_1$  и  $AK_2$  в точках  $L_1$  и  $L_2$  соответственно. Докажите, что точки  $L_1$  и  $L_2$  равноудалены от прямой  $AB$ .

6. На планете Магратея проходит в несколько туров чемпионат по поеданию местных деликатесов (среди которых особенно славятся банановые панкейки). Дни и

города проведения туров определяются жеребьёвкой. По правилам чемпионата никакие два тура не могут пройти в одном городе, и никакие два тура не могут пройти в один день. Среди болельщиков устраивается лотерея: главный приз получает тот, кто до начала чемпионата правильно угадает, в каких городах и в какие дни пройдут все туры. Если никто не угадает, то главный приз, а вместе с ним и всё недоеденное перейдёт в распоряжение оргкомитета чемпионата. Всего на Магратее восемь больших городов, а на чемпионат отведено всего восемь дней. Сколько туров должно быть в чемпионате, чтобы оргкомитет с наибольшей вероятностью получил главный приз?

### Физика

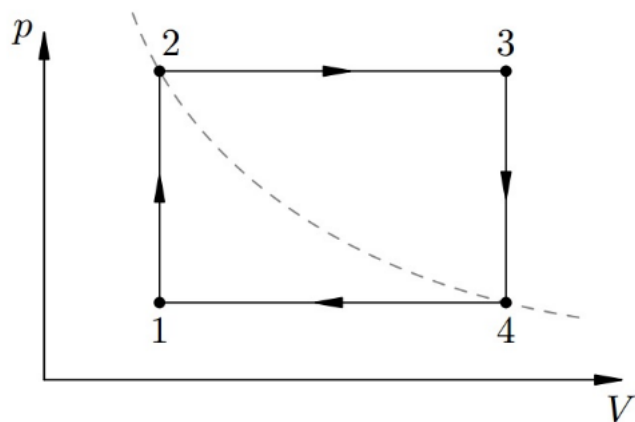
1. Зачем велосипеду руль? Почему при движении с наклоном велосипед поворачивает? Как зависит поведение велосипеда при повороте от весовой категории велосипедиста? Объяснить характер поведения велосипеда на дороге, опираясь на реальные параметры (характеристики велосипеда и велосипедиста) с необходимыми аналитическими вычислениями.

2. Как можно оценить угол песчаной пирамиды при вершине в песочных часах? Объяснить от каких параметров зависит оценка и как. Зависит ли этот угол от времени, которые отсчитывают часы?

3. На одной чашке весов расположен баллон с воздухом объемом 2.1 литра. Давление в баллоне в 3 раза больше атмосферного. Весы уравновешены грузом и пустым воздушным шариком, лежащими на другой чашке. Баллон соединяют с шариком невесомой тонкой трубкой, и шарик увеличивает объём, но продолжает лежать на чашке весов. Плотность окружающего воздуха равна  $1.2 \text{ кг/м}^3$ , температура баллона и шарика равна температуре окружающей среды. Упругость оболочки пренебрежимо мала, расширение газа считать изотермическим. Определить объём шарика после соединения с баллоном и то, как изменится равновесие весов?

4. В электрокаре используется аккумулятор с напряжением 80 В, максимальная потребляемая от аккумулятора мощность равна 35 кВт. Максимальная сила тяги электрокара 1167 Н, при этом обеспечивается скорость движения 18 м/с. За какое время разрядится аккумулятор при движении электрокара с максимальной скоростью, если емкость его аккумулятора составляет 380 А\*час? Каков в процентах КПД электрокара?

5. Над  $\nu$  молями идеального газа совершают замкнутый цикл (см. рисунок). Температуры в точках 1 и 3 равны соответственно  $T_1$  и  $T_2$ . Определите работу, совершённую газом за цикл, если известно, что точки 2 и 4 лежат на одной изотерме.



6. \* Вам наверняка известно следующее явление. Вы стоите на железнодорожной платформе, и проходящий мимо поезд издали подаёт предупреждающий гудок. В тот момент, когда поезд пронесётся мимо вас, тон гудка скачком меняется на более низкий. Какой параметр звука изменился для стоящего на платформе человека? Показать, как изменяется этот параметр при приближении и при отдалении поезда от платформы.

## Химия

1. Что такое циклоалканы?

А) Укажите общую формулу этого класса. Какому классу соединений они изомеры?

Б) Напишите реакции получения циклоалканов.

В) Укажите циклоалканы, для которых характерны реакции: 1) присоединения; 2) замещения.

2. Что такое валентность и степень окисления (с.о.)? Чем отличаются эти понятия? Приведите примеры соединений (не более трёх в каждом пункте), в которых:

а) с.о. равна по абсолютному значению валентности.

б) с.о. меньше по абсолютному значению, чем валентность.

в) с.о. больше по абсолютному значению, чем валентность.

3. а) Перечислите типы солей, которые вы знаете. Приведите по одному примеру.

б) При растворении в избытке соляной кислоты 10 г  $Na_2CO_3 \cdot xH_2O$  выделилось 0,7832 л (н.у.) газа. Установите состав исходной соли.

4. Напишите цепочки превращений, расставьте коэффициенты и укажите условия протекания реакций:

а)  $Ca \rightarrow Ca(OH)_2 \rightarrow CaCl_2 \rightarrow CaS$

б)  $A \rightarrow C_4H_9Br \rightarrow B \rightarrow C_2H_4O_2 \rightarrow B \rightarrow C_3H_6O \rightarrow C_3H_8O \xrightarrow{H_2SO_4, \Delta, \dots}$

для последнего превращения укажите все возможные продукты и приведите механизм.

в)  $Fe(NO_3)_3 \rightarrow \Gamma \rightarrow KFeO_2 \rightarrow \Delta \rightarrow Fe_2(SO_4)_3 \xrightarrow{K_4[Fe(CN)_6]}$

5. а) Какую размерность имеет скорость химической реакции?

б) Константа скорости прямой реакции изомеризации  $A \rightarrow B$  составляет  $24 \text{ с}^{-1}$ , а константа обратной –  $36 \text{ с}^{-1}$ . Рассчитайте массу вещества Б после установления равновесия в системе, если в начале реакции вещества А было 50 г.

6. При окислении сернокислым раствором перманганата калия углеводорода массой 9,0 г происходит образование 1,68 л (н.у.) газа. На нейтрализацию органического продукта уходит 60 г 10% раствора гидроксида натрия. Известно, что при каталитическом хлорировании исходного соединения образуется три монохлорпроизводных. Определите строение исходного вещества и назовите его. Напишите и уравняйте все реакции, упомянутые в тексте задачи.

## Информатика

1. Выпишите числа в системе счисления с основанием -10 (цифры:  $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ), не превосходящие  $120_{-10}$ , у которых количество единиц в двоичной и шестнадцатеричной записи числа совпадает.

2. Напишем в строку числа 1,2,3,4... в двоичном виде. Получим 1,10,11,100... Найдите расстояние (в количестве символов) между первой последовательностью из 5 нулей и из 7 нулей.

3. В некотором компьютере числа хранятся в виде двоичной последовательности из 6 элементов, причём первая цифра обозначает знак числа (0, если число положительно, и 1, если число отрицательно). Отрицательные числа получаются по формуле:  $x = \text{not}(|x| - 1)$  Так, число -2 в памяти компьютера выглядит 111110 ( $\text{not}(|-2| - 1) = \text{not}(1)$ ) ( $\text{not}$  - операция инверсии, все цифры 1 заменяются на 0, все 0 - на 1). Напишите 2 числа, целочисленное деление которых приведёт к неопределённому/неправильному ответу.

Вам будут предложены для решения несколько задач по программированию. При решении сначала опишите идею алгоритма словами, затем напишите код программы на любом известном вам языке программирования. Обязательно укажите, какой язык программирования вы используете. Оцените сложность предложенного вами алгоритма.

4. Нет условия. Кафедра информатики всю ночь придумывала задачи для вступительных, но утром выключили свет, и мы не успели сохранить условия. Поэтому мы решили показать вам кусок тестирующей системы, и ваша задача - написать программу, которая его проходит. В результате работы вашей программы в пере-

менную answer должен попадать GOOD.

Входные данные вашей программы: число C

Выходные данные вашей программы: число P

```
for(int i = 1; i <= C; i++){
    if(C % i != 0)
        P++;
}
answer = BAD;
if(P == C)
    answer = GOOD
```

Условие на русском

Переменной i присвоить 1

Пока i не равно C делать:

начало цикла

Если остаток от деления C на i не 0, то увеличить P на 1

Увеличить i на 1

конец цикла

Переменной answer присвоить BAD

Если P равно C, то переменной answer присвоить GOOD

**5. Сокровища пиратов.** Пираты знают, что на чудо-островах Мангатиутаки зарыты сокровища. Из-за особенностей местности, пираты выкапывают клад за разное время T (в зависимости от острова). Многолетними опытами было установлено, что разбойники могут безнаказанно находиться в акватории островов время T'. Задача пиратов - выкопать как можно больше денег.

Входные данные - Первая строка: N - число островов и T' - максимальное время в акватории. Далее, N строк из двух чисел - количество монет в сундуке на острове и время нахождения клада. Перемещение между островами считать мгновенными (Пираты быстро перемещаются, особенно, когда ищут сокровища).

Результат работы - максимальное количество монет, которое они могут выкопать.

Входные данные	Результат работы программы
4 7	18
15 5	
12 4	
6 3	
2 2	

## Биология

**1.** При случайном мутировании в белок-кодирующих участках генома синонимичные нуклеотидные замены (не ведущие к замене аминокислоты) должны возникать реже, чем значимые (несинонимичные). Например, кодон САС может в результате единичной замены измениться девятью разными способами, но только один из них

(САТ) не приведет к замене аминокислоты. Однако, если сравнить геномы двух особей (одного вида или близких видов), синонимичных различий мы обнаружим больше, чем значимых. Значит ли это, что мутагенез не случаен и синонимичные на самом деле возникают чаще?

**2.** Всеанглийская конференция практикующих врачей выработала некоторые рекомендации, препятствующие развитию и распространению в больницах штаммов микроорганизмов, устойчивых к антибиотикам. Как вы думаете, какие это могут быть рекомендации?

**3.** Что такое гомология, аналогия и рудимент? Приведите несколько примеров для каждого понятия.

**4.** Среди многих животных в естественных условиях распространен инбридинг. Однако у людей родственные связи запрещены. Объясните причину подобного несоответствия, постаравшись предложить несколько вариантов?

**5.** Из литературы, кинематографа, рассказов знакомых многие вынесли убеждение, что человек может поседеть (полностью или частично) за короткий промежуток времени - скажем, за одну ночь. Как Вы думаете, возможно ли такое? Если нет, то почему? Если да, то каковы механизмы этого явления?

## Гуманитарные науки

Для получения максимального балла достаточно выполнить правильно любые 5 заданий и написать эссе (задание 9). Работы без написанных эссе не проверяются!

**1.** Даны польские слова и их переводы на русский язык в изменённом порядке: mieszkać, mieszkanie, niechaj, listopad, koleżanka, chłopiec, bardzo, sklep, czasopismo, miasto

город, проживать, парень, журнал, квартира, магазин, очень, ноябрь, пусть, подруга.

Определите перевод каждого слова, объясните свое решение.

**2.** Приведите примеры крупномасштабного антропогенного влияния человека на климат, характерного для следующих эпох: наши дни, индустриальная эпоха, средневековье, античность, древность (первобытный строй). Постарайтесь выделить основные причины, обусловившие те или иные изменения.

**3.** Три мудреца, Ансис, Бансис и Вельсис, пришли на купеческую ярмарку со своими женами: Анетой, Банетой и Ванетой. Каждый из этих шести граждан заплатил за каждый купленную им у купцов вещь по столько талантов, сколько всего предметов он купил. Каждый мудрец истратил на 48 талантов больше своей матроны. Кроме того, Ансис купил на 9 предметов больше Банеты, а Бансис – на 7 предметов больше Анеты. Кто на ком женат?

**4.** Даны фразеологизмы:

Забубенная головушка; стоять фертом; аки тать в нощи.

Задание:

1. Определить значение и внутреннюю форму каждого фразеологического оборота.
2. Дать толкование каждому архаизму и подобрать (если это возможно) родственное слово в современном языке.

**5.** В 2015 году можно было отметить 30-летний юбилей начала одного исторического периода, длившегося несколько лет. Под каким названием сейчас известен этот период? По каким причинам были осуществлены преобразования этого периода? Как события этого периода повлияли на дальнейшую историю России?

**6.** Дайте историко-литературный комментарий к стихотворению М. Цветаевой «Генералам двенадцатого года»: напишите пояснительный комментарий к описанным событиям, сделайте сноски к фрагментам произведения, которые, на ваш взгляд, требуют пояснения.

Марина Цветаева  
Генералам двенадцатого года  
Сергею

Вы, чьи широкие шинели  
Напоминали паруса,  
Чьи шпоры весело звенели  
И голоса,

И чьи глаза, как бриллианты,  
На сердце вырезали след, —  
Очаровательные франты  
Минувших лет!

Одним ожесточеньем воли  
Вы брали сердце и скалу, —  
Цари на каждом бранном поле  
И на балу.

Вас охраняла длань Господня  
И сердце матери. Вчера —  
Малютки-мальчики, сегодня —  
Офицера!  
Что так же трогательно-юно,

Вам все вершины были малы  
И мягок — самый черствый хлеб,  
О, молодые генералы  
Своих судеб!

-----

Ах, на гравюре полустертой,  
В один великолепный миг,

Я встретила, Тучков-четвертый,  
Ваш нежный лик,

И вашу хрупкую фигуру,  
И золотые ордена...  
И я, поцеловав гравюру,  
Не знала сна...

О, как, мне кажется, могли вы  
Рукою, полною перстней,  
И кудри дев ласкать — и гривы  
Своих коней.

В одной невероятной скачке  
Вы прожили свой краткий век...  
И ваши кудри, ваши бачки  
Засыпал снег.

Три сотни побеждало — трое!  
Лишь мертвый не вставал с земли.  
Вы были дети и герои,  
Вы всё могли.

Как ваша бешеная рать?..  
Вас златокудрая Фортуна  
Вела, как мать.

Вы побеждали и любили  
Любовь и сабли острее —  
И весело переходили  
В небытие.

26 декабря 1913  
Феодосия

бананового напитка. На его производство направлено развитие всех передовых технологий островов. Однако сейчас экономика Мангатиутаки переживает не лучшие времена, и жители близлежащих архипелагов уже не так стремятся переехать на чудо-острова. Согласно традиции Мангатиутаки, каждый год празднуется двухнедельный банановый фестиваль; жить на подобных островах должно быть легко и просто, так что если кокосовые праздники выпадают на выходные, то праздник переносится на соседний день. Кроме того, на Мангатиутаки принято почитать стариков, поэтому в почтенном возрасте островитяне не работают, и хотя вожди много лет пытались с этим бороться, островитяне непреклонны. Вождь опечален состоянием экономики и понимает, что жить легко и просто дальше будет сложно, трудиться нужно больше всем. Что вы посоветуете вождю?

**8.** В квартиру Игнатьевых во время их отсутствия через окно пробрался Звонарёв. Однако ничего из вещей он не успел взять, поскольку звук ключей в замочной скважине его спугнул. Он успел благополучно покинуть квартиру, но внезапно вернувшиеся хозяева обнаружили в квартире настежь распахнутое окно. Они заявили в полицию. Будет ли Звонарёв привлечён к ответственности, и если да, то к какой?

**9.** Напишите эссе на одну из следующих тем:

1) «Экономика относится к средствам, а не к целям жизни. И когда её делают целью жизни, то происходит деградация человека». (Н. Бердяев)

2) «Единственная честная дорога — это путь ошибок, разочарований и надежд. Жизнь — есть выявление собственным опытом границ добра и зла». (С. Довлатов)

3) «Нравственная обязанность настоящего патриота — служить народу в человечестве и человечеству в народе». (В. Соловьев)

4) «Государства погибают тогда, когда не могут более отличать хороших людей от дурных». (Антисфен)

5) «Единственный путь, посредством которого кто-либо отказывается от своей естественной свободы и надевает на себя узы гражданского общества, — это соглашение с другими людьми об объединении в общество для того, чтобы удобно, благополучно и мирно совместно жить, спокойно пользуясь своей собственностью и находясь в большей безопасности, чем кто-либо не являющийся членом общества». (Дж. Локк)

7. Основной доход чудо-островам Мангатиутаки приносит производство кокосово-