

Летняя многопрофильная школа при МЦНМО

Вступительные задания

2008 год

Математика

1. При каких (a, b) система уравнений не имеет решений:

$$2ax - by = 2(a - b)$$

$$bx + 5ay = 10a + b.$$

2. b_1, b_2, b_3, b_4 — геометрическая прогрессия, $b_1 > 0$,

$$b_1 + b_4 = -49,$$

$$b_2 + b_3 = 14.$$

Найдите b_1, b_2, b_3, b_4 .

3. Двое часов начали бить одновременно. Удары первых часов следуют друг за другом через 2 секунды, а вторых — через 3. Слившиеся удары воспринимаются как один. В котором часу это происходило, если всего послышалось 18 ударов?
4. В окружность радиуса 10 см вписана трапеция $ABCD$. Точка E — основание перпендикуляра, опущенного из точки D на прямую BC . При этом $\angle BDE = \angle BAD$ и DC — биссектриса $\angle BDE$. Найдите площадь $\triangle ABD$.
5. Сравните два числа: 323×325 и 324^2 .
6. По окончании конкурса бальных танцев, в котором участвовали 7 мальчиков и 8 девочек, каждый (каждая) назвал (назвала) количество своих партнерш (партнеров): 3, 3, 3, 3, 3, 5, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6. Не ошибся ли кто-нибудь из них?
7. В марсианском алфавите есть две буквы — У и Ы, причем если из любого слова выкинуть стоящие рядом буквы УЫ, то смысл слова не изменится. Точно также смысл не изменится при добавлении в любое место слова буквосочетания ЫУ или УУЫЫ. Верно ли, что слова «ЫУЫУЫ» и «УЫУЫУ» имеют одинаковый смысл?
8. 25 дачников получили садовые участки. Каждый участок представляет собой квадрат 1×1 , и все участки вместе составляют квадрат 5×5 . Каждый дачник враждует не более, чем с тремя другими дачниками. Докажите, что можно распределить участки таким образом, чтобы участки враждующих дачников не были бы соседними (по стороне).

Физика

1. Тряпка не прилипает к рукам, а замазка, глина, мясной фарш — еще как! Почему?
2. В долгий монотонный дождь десятилитровое ведро воды с площадью поверхности $0,3 \text{ м}^2$ набирается за 5 часов. Оцените, сколько воды сольется с палатки шатрового типа с площадью поверхности 40 м^2 , если уклон ската 45° .
3. Почему не следует резко тормозить на повороте? Предположим, вы, уже совершая поворот, вдруг решили, что едете слишком быстро. Что произойдет, если вы резко нажмете на педаль тормоза? Гонщики нажимают на педаль газа, выходя из поворота, но не на повороте. Почему?
4. Верёвка длиной $L = 4 \text{ м}$ и массой $m = 0,5 \text{ кг}$ свешивается вертикально с края крыши. Какую работу необходимо совершить, чтобы поднять верёвку на крышу?
5. В подводной лодке для погружения и всплытия имеются два сообщающихся между собой резервуара. В погруженном состоянии один резервуар емкостью V_1 заполнен водой, во второй, емкостью V_2 , находится сжатый воздух. Каково должно быть минимальное давление сжатого воздуха, чтобы для всплытия лодки с глубины, он полностью вытеснил воду из балластной цистерны? Атмосферное давление нормальное.

Химия

1. При разборке шкафа с реактивами юный химик обнаружил склянки со следующими веществами: гидрид лития, аммиачная селитра, ацетат стронция, роданид цезия, пирофосфат кальция, сулема, желтая кровяная соль, красная кровяная соль, берлинская лазурь. Помогите юному химику разобраться и понять, что за вещества скрываются за этими таинственными названиями.
2. Имеет ли запах оксид азота NO? Если да, то как его определить? Ответ поясните.
3. В трех пробирках содержатся водные растворы Na_2SO_3 , ZnCl_2 , KBr . Как определить, где что находится, не сливая пробирок?
4. 1. Вещество массой 14,9 г, образованное двумя видами химических частиц с одинаковым электронным строением $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6$, полностью прореагировало с 20,0 г 98%-ной серной кислоты. Напишите уравнение реакции и определите массу образовавшейся соли.
5. Какие два вещества вступили в реакцию и при каких условиях, если в результате образовались следующие вещества (указаны все продукты без коэффициентов):
 - (a) $\text{Cr}(\text{OH})_3 + \text{KBr} + \text{SO}_2$;
 - (b) $\text{Cu}_2\text{S} + \text{NH}_4\text{Br} + \text{NH}_3$;
 - (c) $\text{AgI} + \text{NH}_4\text{I} + \text{H}_2\text{O}$.
6. При сжигании смеси паров бесцветной ядовитой жидкости А с двукратным по объему количеством кислорода получили 36 мг воды, 89,6 мл углекислого газа, 44,8 мл азота и 67,2 мл кислорода. Определите количественный состав смеси до начала реакции. Почему при добавлении солей железа к калиевой соли А происходит значительное снижение ее токсичности?

Биология

1. Перечислите известные вам механизмы регуляции артериального давления в организме человека. В чем основные отличия этих механизмов?
2. Почему пациентам с нарушением зрения нельзя прописывать очки, в которых разница между двумя стеклами (правым и левым) превышает 3-4 диоптрии?
3. Опишите те элементы тела сухопутных животных и механизмы, которые позволяют им ориентироваться в трехмерном пространстве. Расскажите об основных принципах трехмерной ориентации.
4. Работа мышц сопровождается расходом энергии, и он тем больше, чем интенсивнее и продолжительнее нагрузки. Какие запасные вещества использует организм при этом прежде всего, а какие вовлекаются в обмен при длительной работе?
5. Какие меры следует предпринимать, чтобы повысить успех операции по пересадке органов от человека к человеку? Может ли переливание крови считаться частным случаем такой операции? Ответы поясните.
6. Вспомните, какие из органов человека обладают:
 - (a) самой большой массой
 - (b) самым лучшим кровоснабжением
 - (c) самой высокой электрической активностью
 - (d) самой высокой синтетической активностью
 - (e) способностью регулярно формировать самое большое число новых клеток
 - (f) добавьте что-то от себя.