

Летняя многопрофильная школа при МЦНМО

## Вступительные задания

2008 год

### Математика

1. Имеются 2 раствора, в одном 30% волшебной жидкости, а в другом 40% . В каком отношении надо смешать эти растворы, чтобы получить раствор с содержанием волшебной жидкости 33%?

2. Решить систему уравнений:

$$2x - 3|y| = 1$$

$$|x| + 2y = 4$$

3. Вычислить (упростить):  $\sqrt{(2 - \sqrt{5})^2} - \sqrt{14 - 6\sqrt{5}}$ .
4. В равнобокой трапеции  $ABCD$  меньшее основание  $BC$  равно боковой стороне и равно 3, а  $\angle BAC = 30^\circ$ . Найдите длину нижнего основания.
5. Делится ли число  $2^{14} - 3^6$  на 5?
6. Можно ли разменять купюру в 20 рублей 11-ю купюрами по 1, 3 и 5 рублей?
7. Можно ли замостить шахматную доску  $10 \times 10$  плитками размера  $4 \times 1$ ?
8. Плоскость раскрасили в 7 цветов. Обязательно ли найдётся на ней единственный отрезок с концами одного цвета?

## Физика

1. Кому случалось наливать через воронку жидкость в бутылку, тот знает, что нужно время от времени воронку приподнимать, иначе жидкость из нее не выливается. Объясните это явление.
2. Допустим, вам нужно перейти улицу под дождем, а зонта у вас нет. Как поступить: бежать или идти шагом? Если вы побежите, то проведете под дождем меньше времени. Тем не менее может случиться, что вы намокнете сильнее, чем если бы шли шагом, так как вы «набегаете» на дождевые струи. Попробуйте произвести грубый подсчет, рассматривая свое тело как прямоугольный параллелепипед соответствующих размеров. Зависит ли ваш ответ от того, какой идет дождь: косой или вертикальный? Если вам трудно ответить на этот вопрос, попробуйте сначала ответить на другой: как зависит скорость наполнения выставленного на дождь ведра от скорости ветра?
3. Что произойдет с уровнем воды в бассейне (поднимется, опустится или останется прежним), если из лодки, плавающей в бассейне, в него бросить камень?
4. В дрейфующей льдине полярники проделали сквозное отверстие (прорубь). Толщина льдины оказалась  $H = 1$  м. Какой длины верёвку надо привязать к ручке ведра, чтобы зачерпнуть из проруби воду? Плотность льда  $\rho = 900$  кг/м<sup>3</sup>, морской воды  $\rho_1 = 1030$  кг/м<sup>3</sup>.
5. Малые противоположные участки сферы радиуса  $R$  посеребрены. Светящаяся точка находится на диаметре, соединяющем центры участков. На каком расстоянии  $a$  от центра сферы должна находиться светящаяся точка, чтобы после отражения от одного, а затем от другого участка лучи сошлись на расстоянии  $b = 3\frac{R}{4}$  от центра сферы?

## Химия

1. Напишите, сколько протонов и электронов содержат следующие молекулы:  $\text{NH}_3$ ,  $\text{HF}$ ,  $\text{P}_2\text{H}_4$ .
2. При разборке шкафа с реактивами юный химик обнаружил склянки со следующими веществами: медный купорос, сода каустическая, сода питьевая, сода кальцинированная, плавиковая кислота, соляная кислота, «марганцовка», гашеная известь, негашеная известь, мрамор, глауберова соль, бертолетова соль, нашатырь, пергидроль. Помогите юному химику разобраться и понять, что за вещества скрываются за этими таинственными названиями.
3. Сколько граммов чистого  $\text{NaCl}$  и его 6%-ного раствора (по массе) нужно взять для получения 100 мл раствора с концентрацией  $\text{NaCl}$  2,5 моль/л?
4. Есть реакция:  $\text{A} + \text{B} = \text{V}$ . Известно, что А и В — простые газообразные вещества. Предложите как можно больше таких реакций.
5. После растворении металлического натрия в воде для нейтрализации образовавшего раствора потребовалось 200 г 7,3% (по массе) водного раствора соляной кислоты. Определите массу растворенного натрия, а также напишите уравнения упомянутых реакций.
6. Изучая свойства фосфора и его соединений, юный химик сжег навеску красного фосфора в заполненной кислородом колбе так, что после завершения реакции в сосуде не осталось ни кислорода, ни фосфора. Затем он заполнил колбу водой. Помогите юному химику определить молярную концентрацию  $\text{H}_3\text{PO}_4$  в полученном растворе.

## Биология

1. Какова роль жира в организме животного? А как используются жиры у растений?
2. Предложите максимальное число версий того, как животные могут использовать хвост.
3. Всем известно, что для процесса фотосинтеза требуется свет. Но если растение поместить в условия постоянного освещения, оно начинает чахнуть и быстро погибает. Почему так происходит?
4. Приведите примеры отрядов млекопитающих или хотя бы конкретных видов животных, которые для того, чтобы благополучно пережить холодное время года:
  - мигрируют в теплые края;
  - впадают в спячку;
  - делают запасы пищи;
  - накапливают энергию в виде жировых отложений;
  - предложите ваш вариант.

Какие плюсы и минусы есть у каждого механизма приспособления?

5. В секретной лаборатории ведется работа по выведению мифических животных:
  - дракона      • единорога
  - пегаса      • грифона
  - кентавра      • василиска
  - феникса      • горгоны Медузы

Как называются такие животные? Какие проблемы возникнут при их выведении и размножении? Смогут ли такие животные существовать где-то в дикой природе, или им необходимы особые условия? Если да, то какие?

6. Как можно предохранить от порчи и гниения перечисленные ниже продукты и материалы? Перечислите все возможные способы по каждому продукту и поясните свои версии.
  - овощи                      • мясо
  - фрукты и ягоды      • молоко
  - грибы                      • древесина
  - рыба                      • кожа