

# Летняя многопрофильная школа при МЦНМО

## Вступительные задания

2008 год

### Математика

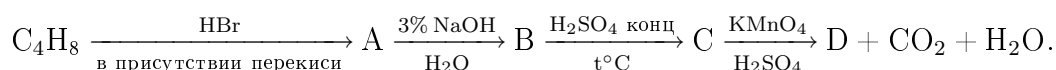
1. Решите уравнение:  $\sin^4 x + \cos^4 x = \sin 4x$ .
2. Яблоко плавает на воде так, что  $\frac{1}{5}$  часть яблока находится над водой, а  $\frac{4}{5}$  — под водой. Под водой яблоко начинает есть рыбка со скоростью 120 грамм/мин, одновременно над водой яблоко начинает есть птичка со скоростью 60 грамм/мин. Какая часть яблока достанется рыбке, а какая — птичке?
3. Квадратный трехчлен  $y = ax^2 + bx + c$  не имеет корней и  $a + b + c > 0$ . Найдите знак коэффициента  $c$ .
4. Построить график функции  $f(x) = \operatorname{sgn}(\cos(2\arctg(x)))$ .  $\operatorname{sgn}(x) = 1$  при  $x \geq 0$  и  $\operatorname{sgn}(x) = -1$  при  $x < 0$ .
5. Дан куб  $A_1A_2A_3A_4B_1B_2B_3B_4$ . Найти периметр сечения проведенного через середину ребра  $A_1A_2$ , точку  $B_4$  и середину грани  $A_2A_3B_3B_2$ .
6. Первоклассник Петя знает только цифру 1. Докажите, что он может записать число, которое делится на 2001.
7. Полый многогранник разрезали на грани и из них вновь склеили многогранник, обязан ли он совпадать с исходным?
8. Круг разделен на 6 секторов, в каждом из которых стоит фишка. Разрешается за один ход сдвинуть любые две фишки в соседние с ними сектора. Можно ли с помощью таких операций собрать все фишки в одном секторе?

## Физика

1. Рассмотрим стул, отклоненный так, чтобы при отпускании он приземлился на все четыре ножки, а не упал на спинку. Куда сдвинутся задние ножки стула после его приземления? Трением между ножками стула и полом пренебрегать нельзя.
2. Даны два одинаковых металлических шарика при одной начальной температуре. Один находится на плоской поверхности, а второй подвешен на тонкой нитке. Шарик нагрели до одинаковой температуры. В каком случае было подведено больше тепла и почему?
3. В сосуд цилиндрической формы налиты равные массы воды и машинного масла. Общая высота обоих слоёв жидкостей  $h = 40$  см. Определите давление жидкостей на дно сосуда.  $\rho_B = 1000$  кг/м<sup>3</sup>;  $\rho_M = 900$  кг/м<sup>3</sup>.
4. При последовательном соединении трех различных конденсаторов емкость цепи  $C_0 = 1$  мкФ, а при параллельном соединении емкость цепи  $C = 11$  мкФ. Найти емкости конденсаторов  $C_2$  и  $C_3$ , если емкость конденсатора  $C_1 = 2$  мкФ.
5. На поршень шприца площади  $S$  действует сила  $F$ . С какой скоростью  $v$  должна вытекать в горизонтальном направлении струя из отверстия площади  $s$ ? Плотность жидкости равна  $\rho$ .

## Химия

1. Напишите как можно больше изомеров, имеющих общую формулу  $C_3H_6O_2$ , и назовите их в соответствии с правилами номенклатуры IUPAC.
2. Одним из методов получения диэтилового эфира является реакция дегидратации этанола под действием концентрированной серной кислоты. В результате этой реакции также может образовываться побочный продукт. Что же это за продукт? Какими свойствами он обладает? Приведите примеры характерных реакций с ним.
3. Напишите уравнения реакции, укажите условия:



4. Расположите вещества в порядке увеличения кислотности:



5. Юный участник химической олимпиады заполнял таблицу «Применение химических веществ». По мнению жюри, он допустил много ошибок. Исправьте их.

	Вещество	Применение	
1	UO <sub>2</sub>	удобрение	А
2	KAl(SO <sub>4</sub> ) <sub>2</sub> * 12H <sub>2</sub> O	компонент порохов	Б
3	AgBr	основа искусственных драгоценный камней-фианитов	В
4	ZrO <sub>2</sub>	фиксаж (фотография)	Г
5	Co/Sm (сплав)	абразивный материал	Д
6	K/Na	светочувствительное вещество (фотография)	Е
7	Na <sub>2</sub> S <sub>2</sub> O <sub>3</sub> * 5H <sub>2</sub> O	магнитный сплав	Ж
8	CaHPO <sub>4</sub>	теплоноситель в атомной энергетике	З
9	BN	протрава при крашении тканей	И
10	S	рабочее вещество ядерного реактора	К

6. Бесцветная соль А состоит из трех элементов X, Y, Z, два из которых радиоактивны. Состав А: X 19,3%; Y 49,0%; Z 31,7% (по массе). X широко распространен в земной коре и живых организмах, а его соли используются в качестве удобрений. Y практически отсутствует в земной коре. Получают его при переработке продуктов деления урана в атомных реакторах. Z оказался наиболее распространенным элементов в доставленных на Землю образцах лунного грунта. В качестве простого вещества он весьма активен; в чистом виде был получен лишь в конце XVIII века. Приведите формулу вещества А.

## Биология

1. Почему глубокоководные водоросли имеют не зеленую, а другую окраску? Чем обусловлены другие цвета? Какие условия необходимы для жизни «не-зеленых» водорослей?
2. Некоторые лилии, особенно в первый год после высадки луковицы, не формируют бутонов и цветков. Вместо этого на цветоносе формируются небольшие «бульбочки», похожие внешне на маленькую луковицу. Если ее в высадить в почву, она развивается в полноценную луковицу и впоследствии может дать нормальное дочернее растение. О чем свидетельствует такой феномен? Какие еще растения этого семейства вы знаете?
3. Как вы думаете, продолжается ли эволюция человека в наши дни? Происходит ли естественный отбор? Идет ли сопряженный эволюционный процесс человека и других видов — появление новых вариантов антагонизма, симбиоза, паразитизма и других типов взаимоотношений? Приведите примеры.
4. В секретной лаборатории ведется работа по выведению мифических животных: дракона, пегаса, кентавра, феникса, единорога, грифона, василиска, Медузы Горгоны. Как называются такие животные? Какие проблемы возникнут при их выведении и размножении? Смогут ли такие животные существовать где-то в дикой природе, или им необходимы особые условия? Если да, то какие?
5. Назовите живых существ разных систематических и экологических групп, участвующих в процессе образования почвы. Какой именно вклад вносят представители каждой группы?